

# 中国科学技术大学试卷 (A)

2019 ~ 2020 学年第二学期

代数数论 (MA05109)

1. (10 分) 求  $\mathbb{Q}(\alpha)$ ,  $\alpha^3 = 5$  的判别式和整数环.
2. (10 分) 证明  $x^3 - 2$  在  $\mathbb{Q}_5$  中只有一个根, 请问它模  $5^3$  是多少?
3. (15 分) 求  $2, 3, 7$  在  $\mathbb{Q}(\zeta_{42})$  中的分歧指数和惯性指数.
4. (15 分) 求  $2, 3, 7$  在  $\mathbb{Q}(\zeta_{42})$  中的分解域和惯性域.
5. (20 分) 求  $\mathbb{Q}(\sqrt{7})$  的基本单位; 求  $\mathbb{Q}(\sqrt{-5}), \mathbb{Q}(\sqrt{7}), \mathbb{Q}(\sqrt{-21})$  的类数.
6. (15 分) 设  $\chi_{-21}$  为  $\mathbb{Q}(\sqrt{-21})$  的非平凡狄利克雷特征, 求  $L(1, \chi_{-21})$ .
7. (15 分) 如果  $n = x^2 + 7y^2$  有有理数解  $(x, y) \in \mathbb{Q}^2$ , 则正整数  $n$  的素因子分解是什么形式?

# 中国科学技术大学试卷 (B)

2019 ~ 2020 学年第二学期

代数数论 (MA05109)

1. (10 分) 求  $\mathbb{Q}(\alpha)$ ,  $\alpha^3 = 6$  的判别式和整数环.
2. (10 分) 证明  $x^3 - 6$  在  $\mathbb{Q}_5$  中只有一个根, 请问它模  $5^3$  是多少?
3. (15 分) 求  $2, 5, 7$  在  $\mathbb{Q}(\zeta_{35})$  中的分歧指数和惯性指数.
4. (15 分) 求  $2, 5, 7$  在  $\mathbb{Q}(\zeta_{35})$  中的分解域和惯性域.
5. (20 分) 求  $\mathbb{Q}(\sqrt{6})$  的基本单位; 求  $\mathbb{Q}(\sqrt{-7}), \mathbb{Q}(\sqrt{6}), \mathbb{Q}(\sqrt{-35})$  的类数.
6. (15 分) 设  $\chi_{-35}$  为  $\mathbb{Q}(\sqrt{-35})$  的非平凡狄利克雷特征, 求  $L(1, \chi_{-35})$ .
7. (15 分) 如果  $n = x^2 - 11y^2$  有有理数解  $(x, y) \in \mathbb{Q}^2$ , 则非零整数  $n$  的素因子分解是什么形式?